

**МОДЕЛНО ПРЕДСКАЗВАЩО УПРАВЛЕНИЕ ЗА ВИБРАЦИОНЕН
ЗАХРАНВАЩ МОДУЛ****MODEL PREDICTIVE CONTROL OF VIBRATORY BOWL FEEDER****Georgi Mihalev***Technical University of Gabrovo***Stanimir Yordanov***Technical University of Gabrovo***Abstract**

In this paper, a synthesis of the CMPC control unit for a vibratory feeding and orientation module is presented. The device representing the control object is considered as a two-mass resonating system. In the presence of parametric uncertainty, a linear model of the system in state space, is produced. A robust closed-loop analysis has been accomplished, showing the robust quality and robust stability of the system provided by the CMPC controller.

Keywords: vibratory bowl feeder, CMPC controller, robust analysis

ВЪВЕДЕНИЕ

Основна задача в последно време в областта на автоматизацията е захранването на автоматичните линии с правилно ориентирани детайли. Този процес се явява тясно място и повишава многократно сложността на проектиране на автоматичните машини. Този проблем може да се реши с прилагането на автоматични захранващи устройства, при което се повишават редица работни характеристики, като производителност, надеждност, качество, време за автономна работа и др.

Вибрационните захранващи и ориентиращи устройства се явяват универсални захранващи устройства, подходящи за голям асортимент от детайли и допускащи плавно регулиране на производителността в широк диапазон. Вибрационните захранващи и ориентиращи модули са често използвани, не само като ориентиращи, но и като транспортиращи устройства поради тяхната компактност и простота на конструкцията.

Въпреки множеството им предимства вибробункерите се характеризират и с силна параметрична неопределеност, наложена от характера на режима на работата им.

Това налага да се търси такова управляващо устройство, което не само да отчита взаимодействието между входа и изхода, но

и да постига желаната робастна стабилност, използвайки сложни управляващи алгоритми базирани на модели в пространство на състоянието.

Един такъв модерен метод е моделно предсказващото управление (MPC), използвано основно за регулиране на процеси при задоволяване на набор от ограничения [1,2]. Моделно предсказващото управление е една от малкото области, които получават засилено внимание, както от академичните среди, така и от индустриалната общност. Това се дължи на множество от предимства на MPC и набор от аспекти, които правят методологията на проектирането лесна, а настройването разбираемо за инженерите [3].

В настоящата статия е синтезирана система за управление на вибробункер. Устройството е представено като двумасова трептяща система. Системата за управление е базирана на синтез на CMPC регулатор с помощта на допълнителен сигнал от изхода. Посредством представения модел на обекта при наличие на параметрични неопределености е анализирано робастното качество и устойчивост на затворената система. Представени са симулационни резултати, които показват качеството на системата за целия работен диапазон.

ИЗЛОЖЕНИЕ

Известно е, че моделно предсказващите регулатори притежават робастни свойства [4,5,6], дори и при отчитане на зададени ограничения. Известни са четири основни типа робастни МРС:

- Min-max МРС[7],
- МРС затягащи ограниченията [8],
- Tube МРС[9],
- Многоетапни МРС[10].

Ако за системата не са необходими ограничения по отношение на управляващия сигнал, изходния или смущенията, то може да се очакват робастни свойства и от конвенционален МРС. Синтеза на моделно предсказващи регулатори обикновено се извършва директно в дискретен вид, поради причината, че при достатъчно дълъг времеви хоризонт СМРС се доближава до CLQR с коефициент на усилване получен от минимизиране на загубите в предсказващия прозорец, независимо от наличието на ограничения. Тъй като няма известен подход за оценка на робастните свойства на дискретен МРС (DMРС), то за текущата система се синтезира непрекъснат МРС с последващ анализ на робастната устойчивост, което се явява разновидност на min-max МРС.

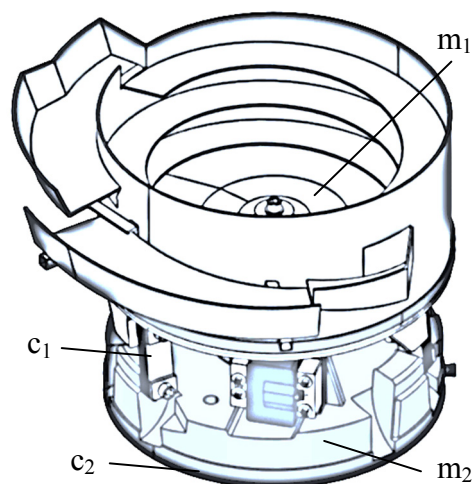
При проектирането на непрекъснат МРС(СМРС), се спазват същите принципи, като за дискретен регулатор от такъв тип. Разликата се изразява в това, че се използват непрекъснати модели на обектите в пространство на състоянията и съответно всички параметри на проектирането, като време на предсказване и предсказващ прозорец се базират на текущото време, вместо на набор от стойности при дискретния вариант. Синтезът на СМРС може да даде предимства на системи с голям такт на дискретизация или на системи с нерегулярен такъв, тъй като и моделът и регулаторът се описват на базата на непрекъснато време, а внедряването на системата за управление се извършва в цифрова среда. При синтеза на непрекъснат моделно предсказващ регулатор, често се използват функции на Лагер, което позволява, чрез избор на мащабиращ фактор и брой на изразите да се постигне желан преходен процес на затворената система. В разглеждания слу-

чай на синтез на СМРС регулатор за вибробункер без ограничения, моделно предсказващия контролер има аналитично оптимално решение. Тъй като потискането на смущенията, изпълнението на заданието и добър преходен процес са едни от основните изисквания, се реализира синтез на регулатор с интегратор в модела на проектиране.

МОДЕЛИРАНЕ НА ОБЕКТА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Вибрационните захранващи устройства (вибробункери) представляват сами по себе си колебателни (обикновено двумасови) системи, чиито характер на движение на работната маса на устройството определя, както геометричните, така и динамичните параметри на системата.

Особеност на по-голямата част от вибрационните захранващи устройства се явява приложението на резонансния принцип на действие, при който малки възбуждащи сили на вибратора могат да развият значителни усилия на работния орган. Устойчивостта на работата на вибробункера в желания резонансен режим може да се достигне само при правилно оразмеряване на колебателната система.



Фиг. 1. Обща изглед на устройството

Вибробункерът може да бъде представен във вид на двумасова трептяща система с две степени на свобода, показано на фиг. 1. Масата m_2 представлява основата на устройството, разположена на пружини имащи ролята на амортизатори с малки коефициенти c_2 . Чашата на вибробункера е

представена във вида на масата m_1 , разположена на еластично окачване с коравина c_1 . На всяка от масите действат възбудителните сили F на електромагнита, които са равни по големина и обратни по посока. В диференциалните уравнения на системата са взети под предвид и коефициентите на демпфериране n_1 и n_2 , въпреки че не са определящи за собствената честота на системата, а от там за работата му в режим на резонанс.

Имайки в предвид вида на желанието за синтезиране регулатор, то структурата на модела на системата се описва с матрици в пространство (A_m, B_m, C_m, D_m) , като интегратора е вграден в нея, при което се получава т.н. разширен модел, дефинирайки помощни променливи:

$$\begin{aligned} z(t) &= \dot{x}_m(t), \\ y(t) &= C_m x_m(t), \end{aligned} \quad (1)$$

и нов вектор на състоянието

$$x(t) = [z(t)^T \ y(t)^T]^T. \quad (2)$$

Така разширения модел на системата получава вида:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m & o_m^T \\ C_m & o_{qxq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ o_{qxm} \end{bmatrix} \dot{u}(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} o_m & I_{qxq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

където I_{qxq} е единична матрица, o_{qxq} и o_{qxm} са нулеви матрици, m -бр.входове и q - бр. изходи. Матриците (A_m, B_m, C_m, D_m) , се получават директно от диференциалните уравнения на системата и имат вида:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c_1 & -n_1 & c_1 & n_1 \\ m_1 & m_1 & m_1 & m_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ c_1 & n_1 & -c_1 - c_2 & -n_1 - n_2 \\ m_2 & m_2 & m_2 & m_2 \end{bmatrix}, B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ m_1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$C_m = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \ D_m = 0.$$

Това се прави както от съображения за удобство, така и от факта, че съставлящите вектора на състоянието са реални физични величини. Това представяне ще доведе до по-нататъшни улеснения при анализа на получените резултати и тяхното физическо тълкуване.

Така моделирания обект се характеризира със значителна неструктурирана параметрична неопределеност на пет от шестте си параметъра. Тази неопределеност се дължи главно на процеса на досипване на детайли,

чиято маса се приобщава към горната маса на устройството и наличието на нелинейности и хистерезис в еластичните елементи.

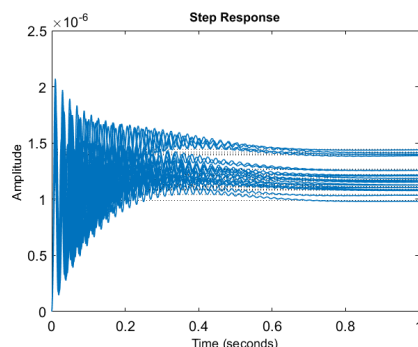
Имайки предвид стойностите на параметрите и режимите на работа на вибробункерите на база на изменението на резонансната честота, определените параметрични неопределености на параметрите са: 30% на горната маса (m_1), 20% на коефициентите на коравина (c_1 и c_2) и 10 % на коефициентите на демпфериране (n_1 и n_2).

Таблица 1. Чувствителност на системата по отношение на параметричните неопределености.

Параметър	Чувствителност на системата към параметър	Намаляване на маржа на стабилност при 25% увеличение на стойността на параметъра
c_1	38%	10%
c_2	0%	0%
m_1	145%	36%
n_1	23%	6%
n_2	1%	0%

Като цяло системата е робастно стабилна за моделираната параметрична неопределеност. Тя може да толерира до 184% от моделираните неопределености. Съществуват дестабилизиращи комбинации в 333% от възможните случаи на параметричните неопределености, като те причиняват дестабилизиране при честота $4,56 \cdot 10^{-3}$ rad/s, което е далече от нормалната работна честота на устройството. Чувствителността на системата по отношение на неопределеностите за всеки параметър е дадена в таблица 1.

На фиг. 2 са показани семейството преходни процеси на системата при пълен мащаб на параметричните неопределености.



Фиг.2 Преходни процеси

СИНТЕЗ НА СМРС ЗА ВИБРОБУНКЕР

Синтезът на непрекъснат моделно предсказващ регулатор се осъществява чрез последователност от стъпки, като използвания метод е подробно описан в [6].

След като получения модел се провери за управляемост и наблюдаемост се прибягва до моделиране на управляващия сигнал, посредством набор от функции на Лагер (Laguerre) или други ортонормални функции използвани за апроксимация. При използване на функции на Лагер е необходимо да се изпълни условието:

$$\int_0^{\infty} \dot{u}(t)^2 dt < \infty. \quad (5)$$

Това условие се изпълнява благодарение на интегралното действие на проектираното СМРС управление.

Имайки предвид текущия обект, чиито вектор на състоянието е напълно измерим и това, че е линейна многопраметрична управляема система описана с уравненията (3), то проблемът при конвенционалния СМРС регулатор се свежда до моделиране на управляващия сигнал u и намирането на оптимален управляващ входен сигнал, при който критерият за оптималност има минимална стойност.

Управляващия сигнал се моделира във плъзгащия се времеви прозорец в интервала от t_i до T_p , като вътре в него времевата променлива се означава с τ . Тъй като $\dot{u}(\tau)$ експоненциално намалява към 0, то за всяко управление по обратна връзка с матрица K има управляващ сигнал, който може да се разложи, като набор от функции в интервал $0 \leq \tau \leq T_p$, задоволявайки (5). Изменението на управляващия сигнал се описва с функции на Лагер и има вида:

$$\dot{x}(\tau) \approx \sum_{i=1}^N c_i l_i(\tau) = L(\tau)^T \eta \quad (6)$$

където $\eta = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n]$ - вектор от коеф., а $l_i(\tau)$ - вектор с набор от ортонормални функции.

След като входния сигнал е известен се приема, че вектора на състоянието е измерим в момент t_i , тогава в бъдеще време предсказания вектор $x(t_i + \tau|t_i)$, може да се запише във вида:

$$x(t_i + \tau|t_i) = e^{A\tau} x(t_i) + \phi(\tau)^T \eta \quad (7)$$

Където $\phi(\tau)$ - конволюционен интеграл.

От предсказания вектор на състоянието (7) се получава предсказания изходен сигнал в момент τ :

$$y(t_i + \tau|t_i) = C e^{A\tau} x(t_i) + C \phi(\tau)^T \eta \quad (8)$$

Имайки предвид текущия обект, чиито вектор на състоянието е напълно измерим и това, че е линейна многопраметрична управляема система описана с уравнението:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (9)$$

то проблемът при СМРС регулатора е да се намери оптимален управляващ входен сигнал $\dot{u}(\tau)$, при който критерият за оптималност записан във вида

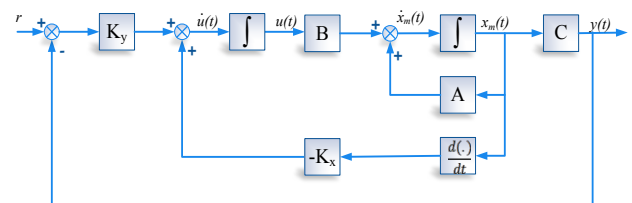
$$J = \int_0^{T_p} (x(t_i + \tau|t_i)^T Q x(t_i + \tau|t_i) + \dot{u}(\tau)^T R \dot{u}(\tau)) d\tau \quad (10)$$

приема минимална стойност, под ограниченията на матриците Q и R , които са реални, симетрични и положително определени.

Минимизацията на критерия (8) води до линейна обратна връзка от вида:

$$\begin{aligned} \dot{u}(t) &= -K_{mpc} x(t) \\ &= -[K_x \quad K_y] \begin{bmatrix} \dot{x}_m(t) \\ y(t) - r(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

Блоквата диаграма на управлението е представена на фиг. 3.



Фиг.3 Блок схема на СМРС

За текущия обект при синтеза на СМРС, матриците Q и R се избират да са:

$$Q = 1 \cdot 10^6 C^T C, \quad R = 1 \cdot 10^{-4} \quad (12)$$

С отчитане на избраните тегловни матрици, се получава матрицата на регулатора, която е:

$$K = 1 \cdot 10^5 \cdot [0.0093 \quad 0.0244 \quad 0.6766 \quad 0.0484 \quad 3.8409] \quad (13)$$

За разлика от други методи за управление, системата с обратна връзка по състояние не сравнява изходът със заданието, а сравнява всички състояния на системата умножени по управляващата матрица (13) със заданието. Поради тази причина не може да се очаква изходът на системата да е равен на заданието в установен режим. За да се постигне желан изход е необходимо да се мащабира заданието, така че изходът на системата да е равен на заданието в установено състояние. Това може да се постигне, чрез въвеждането на входен филтър (мащабиращ фактор), означен с V .

Входния филтър за текущата затворена система е $V = 3.8409e+05$ и се изчислява по формулата:

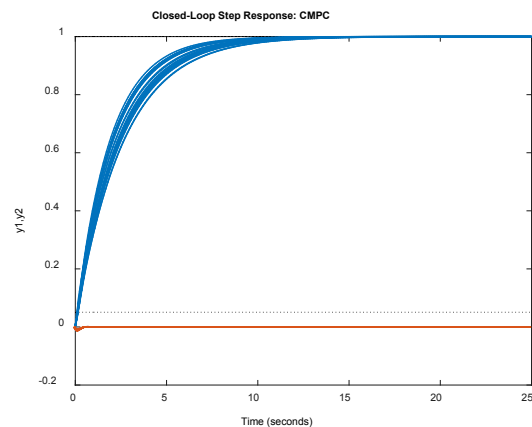
$$V = [C[BK - A]^{-1}B]^{-1} \quad (14)$$

Трябва да се отбележи, че входния филтър се изчислява на основа на модела на обекта и остава извън контура на обратната връзка. Следователно, ако има грешки в модела (параметрични неопределености или смущения), входния филтър няма да ги коригира, като по този начин приносите за робастното качество на системата ще се дължат само на LQR регулатора.

РОБАСТЕН АНАЛИЗ НА СИСТЕМАТА

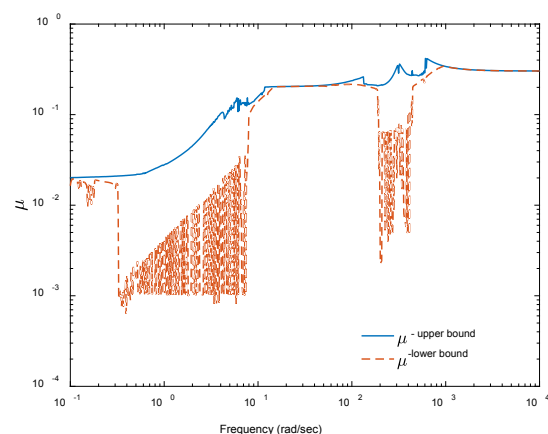
Избира се да се работи с обект, при които параметрична неопределеност е на лице на параметъра m_1 в рамките на 8% и на c_1 в рамките на 20%, съгласно получените резултати от математическото моделиране, тъй като неопределеностите на другите параметри не влияят чувствително на стабилността на системата, както е видно от таблица 1. От практическа гледна точка неопределеността в горната маса на устройството, действително е осезаема, поради факта, че масата на детайлите за ориентиране се приобщава именно към нея.

Извършването на допълнителен анализ на робастността на системата е наложителен, тъй като е известно, че СМРС регулаторът не гарантира робастна устойчивост и качество на системата.

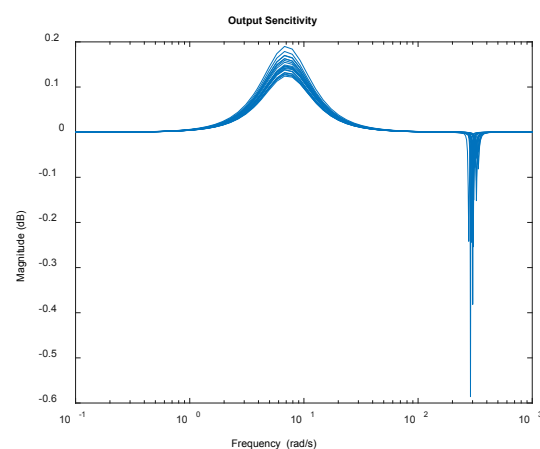


Фиг.4 Преходни процеси на затворената система

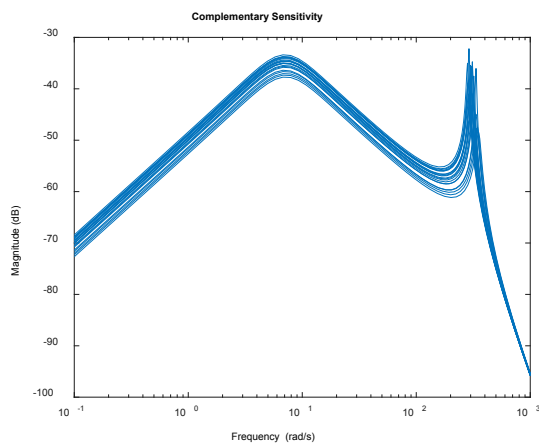
На фиг. 4 са показани семейството преходни процеси на затворената система на преместванията на двете маси, а на фиг. 5 честотната характеристика на структурираното сингулярно число μ на затворената система.



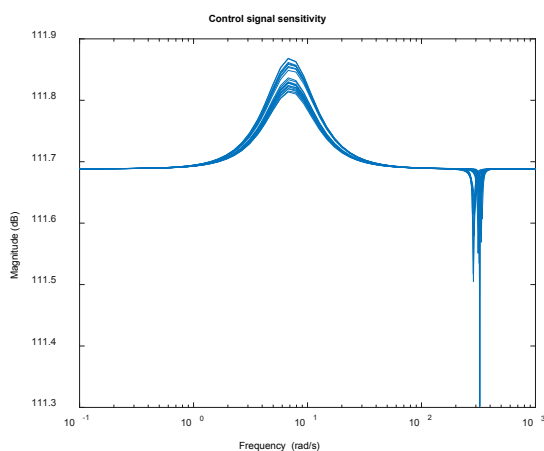
Фиг.5 Робастна устойчивост на затворената система



Фиг.6 Функции на чувствителност



Фиг.7 Допълнителни функции на чувствителност



Фиг.8 Чувствителност на управляващия сигнал към заданието

Симулациите на системата във времева област са извършени за случайни стойности на неопределения параметър. От графиките е видно, че системата е робастно устойчива и има добър запас по устойчивост. Всички преходни процеси имат аperiодичен характер, относително нечувствителни са към изменението на параметрите m_1 и c_1 и затихват за около 15 секунди, което технически допустимо време.

На фиг.6,7 и 8 са показани основните амплитудно-честотни характеристики на системата за управление при случайни стойности на неопределения параметър. От фигурите се вижда, че системата притежава робастни качества и ще отслабва по-добре ниско честотните смущения. Задания до около 1 rad/s и от 30 до собствената честота на системата ще се отработват без грешка, като отново в резонансните честоти качеството рязко се влошава. По отношение на честотната лента, системата е относително нечувствителна към неопределеността и

времето за регулиране е почти еднакво за набора от допустими стойности на неопределения параметър.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезиран е непрекъснат моделно предсказващ регулатор за вибрационен захранващ модул, моделиран като двумасова трептяща система със параметрична неопределеност, описващ динамиката на системата в цялата работна област. Системата е робастно стабилна, не се откриват други причиняващи нестабилност смущаващи неопределености, възможността за толериране на моделираните неопределености е нараснала драстично, а чувствителността към промяната на параметър m_1 е намаляла на 60%. Извършения робастен анализ на затворената система показва нейните качества и стабилност.

БЛАГОДАРНОСТИ

Проучването е проведено в рамките на проект 1917E/2019, финансиран от НИР на ТУ Габрово.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Yu-Geng, Xi, Li De-Wei, and Lin Shu, "Model predictive control—status and challenges.", *Acta Automatica Sinica* 39.3, pp 222-236, 2013.
- [2] Wan, Zhaoyang, and Mayuresh V. Kothare, "Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities." *Journal of Process Control* 12.7, pp. 763-774, 2002.
- [3] E. F. Camacho and C. Bordons. *Model Predictive Control*. Springer, New York, 2004.
- [4] Rossiter, J. Anthony, Basil Kouvaritakis, and M. J. Rice. "A numerically robust state-space approach to stable-predictive control strategies." *Automatica* 34.1, pp.65-73, 1998.
- [5] Zafriou, Evangelos. "Robust model predictive control of processes with hard constraints." *Computers & Chemical Engineering* 14.4-5, pp 359-371, 1990.
- [6] Wang, Liuping, *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [7] Sokoart, P. O.; Mayne, D.Q. "Min-max feedback model predictive control for constrained linear systems". *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp 1136–1142, 1998.
- [8] Richards, Arthur, and Jonathan How. "Robust stable model predictive control with constraint

- tightening." 2006 American Control Conference. IEEE, 2006..
- [9] Langson, W.; I. Chrysoschoos; S.V. Rakovic; D.Q. Mayne, "Robust model predictive control using tubes". Automatica. 40 (1),pp 125–133, 2004.
- [10] Lucia, Sergio; Finkler, Tiago; Engell, Sebastian, "Multi-stage nonlinear model predictive control applied to a semi-batch polymerization reactor under uncertainty". Journal of Process Control. 23 (9), pp.1306–1319, 2013.